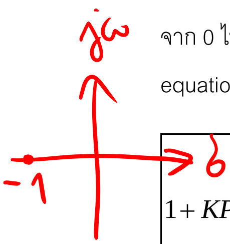
Root-locus plot

1) root-locus plot แสดง**ตำแหน่งของ CL poles** เมื่อ K เพิ่มจาก 0 ไป ∞ โดย CL pole คือผลเฉลย s ของ characteristic equation



$$\boxed{1+KP(s)=1+K\frac{\prod_{i=1}^{m}(s+z_i)}{\prod_{j=1}^{n}(s+p_j)}=0}$$

KP = -1

|KP| = |-1|

= 1

∠KP = ∠-1

ซึ่งเทียบเท่ากับ magnitude condition $\boxed{|KP(s)|=1}$ และ angle condition

$$\boxed{\angle KP(s)=\pm 180^\circ(2k+1),\ (k=0,1,2,\ldots)}$$

2) root-locus branch **เริ่ม**จาก OL pole ที่ $K=0$ และ**สิ้นสุด**ที่ OL zero ที่ $K=\infty$ (OL zero อาจอยู่ที่ ∞)

3) **จำนวน**ของ root-locus branch จะเท่ากับ ค่าที่มากกว่าของ m หรือ n

4) root-locus plot จะ**สมมาตร**รอบแกนจำนวนจริง

ขั้นตอนการวาด root-locus plot

1) เขียน characteristic equation

2) เขียน OL zeros $(s=-z_i)$ ด้วยเครื่องหมาย “o” และ OL poles $(s=-p_j)$ ด้วยเครื่องหมาย “x” บน complex plane (s-plane)

3) เขียน root-locus branch **บนแกนจำนวนจริง** โดย branch จะอยู่ทางซ้ายของ OL zeros หรือ OL poles เลขคี่ (เริ่มนับจากทางขวา)

4) หาเส้น asymptotes (เส้นที่ root-locus branch ลู่เข้าหา) ซึ่งมีทั้งหมด $n-m$ เส้น

มุมตรีโกณ: $\boxed{\alpha=\frac{\pm 180^\circ(2k+1)}{n-m},\ (k=0,1,2,\ldots)}$

จุดตัดแกนจำนวนจริง: $\boxed{\sigma=\frac{\sum_{j=1}^{n}(-p_j)-\sum_{i=1}^{m}(-z_i)}{n-m}}$

5) หา**จุด** break-away (จุดที่ root-locus branch แตกออก) และ**จุด** break-in (จุดที่ root-locus branch หุบเข้า) จากสูตร

$$\boxed{\frac{d}{ds}\left[-P(s)\right]=0}$$

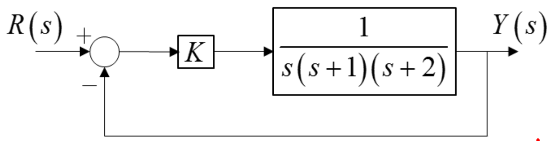
6) หา **departure angle** (มุมตรีโกณที่ root-locus branch พุ่งออกจาก pole $s=-p_j$) และ **arrival angle** (มุมตรีโกณที่ root-locus branch พุ่งเข้าหา zero $s=-z_i$) ด้วย angle condition $\angle KP(s)=\pm 180^\circ(2k+1),\ (k=0,1,2,\ldots)$

ให้ $\delta=\angle(s+p_j)$ แทน departure angle และแทน s ในเทอมที่เหลือด้วย $s=-p_j$

หรือให้ $\delta=\angle(s+z_i)$ แทน arrival angle และแทน s ในเทอมที่เหลือด้วย $s=-z_i$

7) หา**จุดตัดแกนจำนวนจินตภาพ** ด้วยการแทน $s=j\omega$ ใน characteristic equation แล้วหาค่า ω และ K จากสองสมการที่ได้จากการนำส่วนจริงมาเท่ากันและส่วนจินตภาพมาเท่ากัน

ตัวอย่าง



$L(s) = K\frac{1}{s(s+1)(s+2)}$

OL POLES = 0, -1, -2

Characteristic equation:

$$1+\underbrace{K\frac{1}{s(s+1)(s+2)}}_{L\,=\,OLTF}=0$$