คณะวิศวกรรมศาสตร์
มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

การสอบปลายภาค ประจำภาคต้น ปีการศึกษา 2560
วิชา 01208322 การสั่นสะเทือนทางกล หมู่ 1, 250
วันอังคารที่ 5 ธันวาคม 2560 เวลา 9.00 – 12.00

ห้องสอบ ....
ลำดับที่ในใบรายชื่อ............
หมายเลขที่นั่ง ....

ชื่อ.. รหัสประจำตัวนิสิต...................................... หมู่.............

<u>คำสั่ง</u>

1) เขียนชื่อ-นามสกุล และรหัสประจำตัวนิสิตในข้อสอบทุกหน้า
2) ข้อสอบมีโจทย์ทั้งหมด 1 ส่วน 6 ข้อ รวมมี 7 หน้า (รวมใบปะหน้า)
3) ให้ทำลงในกระดาษข้อสอบทุกข้อ และห้ามแยกกระดาษข้อสอบออกจากกัน
4) อนุญาตให้นำหนังสือเรียน Mechanical Vibrations ของ Singiresu S. Rao, 5th Edition ของแท้เข้าได้หนึ่งเล่มเท่านั้น และห้ามไม่ให้มีกระดาษสอดในหนังสือ
5) อนุญาตให้ใช้เครื่องคิดเลขที่คณะฯแจก โดยไม่มีการโปรแกรมไว้ล่วงหน้าได้
6) **ให้ปิดอุปกรณ์สื่อสารทุกชนิดและนำไปวางไว้ในบริเวณที่กรรมการคุมสอบจัดให้**
7) **หากมีการทุจริตหรือส่อทุจริตในการสอบจะดำเนินการขั้นเด็ดขาดตามระเบียบของมหาวิทยาลัย**

	ส่วนที่ 1 [60 คะแนน]						**รวม**	
	1 [10]	2 [10]	3 [10]	4 [10]	5 [10]	6 [10]	[60 คะแนน]	[40%]
ได้คะแนน								

รศ.ดร.พีรยุทธ์ ชาญเศรษฐิกุล ประธานกรรมการอำนวยการสอบ
ผศ.ดร.ประพจน์ ขุนทอง กรรมการออกข้อสอบ
รศ.ดร.วิทิต ฉัตรรัตนกุลชัย กรรมการออกข้อสอบ

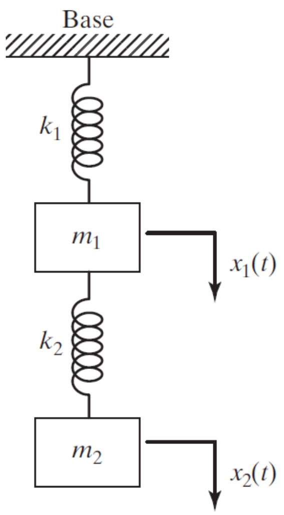
ชื่อ... รหัสประจำตัวนิสิต....................................... หมู่.............

1) (Problem 5.5) For the system shown below, with $m_1 = 15\text{ kg},\ m_2 = 50\text{ kg},\ k_1 = 1500\text{ N/m},$ $k_2 = 2500\text{ N/m},$ initial displacements of the masses m_1 and m_2 are 1 and -1, and initial velocities of both masses are zero, determine

a) Natural frequencies ω_1 and ω_2

b) Modal vectors $\vec{X}^{(1)}$ and $\vec{X}^{(2)}$

c) Response of the system $x_1(t)$ and $x_2(t)$



Solution

Because x_1 and x_2 are assumed to be measured from equilibrium positions, this problem is the same as that of Figure 5.5 in the textbook and therefore the formulas in Section 5.2 can be used directly with $m_1 = 15\text{ kg},$ $m_2 = 50\text{ kg},\ k_1 = 1500\text{ N/m},$ $k_2 = 2500\text{ N/m},\ c_1 = c_2 = c_3 = k_3 = f_1 = f_2 = 0,$ $x_1(0) = 1,\ x_2(0) = -1,\ \dot{x}_1(0) = \dot{x}_2(0) = 0.$

a) From equation (5.10),

$\omega_1 = 4.08\text{ rad/s},\ \ \omega_2 = 17.32\text{ rad/s}.$

b) From equation (5.11),

$r_1 = 1.5,\ \ r_2 = -0.2.$

From equation (5.18),

$X_1^{(1)} = -0.47,\ \ X_1^{(2)} = -1.47.$

From equation (5.12),

$$\vec{X}^{(1)} = \begin{Bmatrix} -0.47 \\ -0.71 \end{Bmatrix},\ \ \vec{X}^{(2)} = \begin{Bmatrix} -1.47 \\ 0.29 \end{Bmatrix}.$$

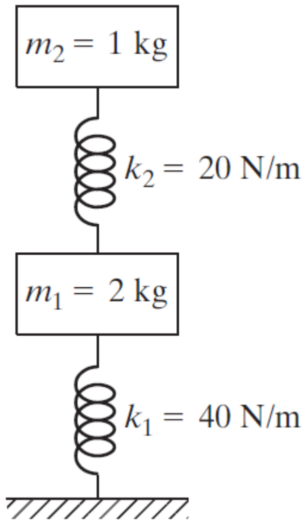
c) From equation (5.15),

$$x_1(t) = x_1^{(1)}(t) + x_1^{(2)}(t) = X_1^{(1)}\cos(\omega_1 t + \phi_1) + X_1^{(2)}\cos(\omega_2 t + \phi_2)$$

$$x_2(t) = x_2^{(1)}(t) + x_2^{(2)}(t)$$
$$= r_1 X_1^{(1)}\cos(\omega_1 t + \phi_1) + r_2 X_1^{(2)}\cos(\omega_2 t + \phi_2)$$

ชื่อ.. รหัสประจำตัวนิสิต...................................... หมู่.............

2) (Problem 5.87) For the system shown below, with initial conditions $x_1(0)=0.3,\ x_2(0)=-0.1,$ $\dot{x}_1(0)=0,$ and $\dot{x}_2(0)=0,$ find the response of the system using Laplace transform method.



Solution

Because x_1 and x_2 are assumed to be measured from equilibrium positions, this problem is the same as that of Figure 5.5 in the textbook.

From equations (5.50) and (5.51), the equations of motion are

$$m_1\ddot{x}_1 + (k_1+k_2)x_1 - k_2x_2 = 0,$$
$$m_2\ddot{x}_2 + k_2x_2 - k_2x_1 = 0.$$
$$2\ddot{x}_1 + 60x_1 - 20x_2 = 0,$$
$$\ddot{x}_2 + 20x_2 - 20x_1 = 0.$$

Taking Laplace transform of the equations of motion, we have

$$2\left[s^2X_1(s) - 0.3s\right] + 60X_1(s) - 20X_2(s) = 0,$$
$$\left[s^2X_2(s) + 0.1s\right] + 20X_2(s) - 20X_1(s) = 0,$$

or

$$(2s^2+60)X_1(s) - 20X_2(s) = 0.6s,$$
$$-20X_1(s) + (s^2+20)X_2(s) = -0.1s.$$

$$D_1(s) = \begin{vmatrix} 0.6s & -20 \\ -0.1s & s^2+20 \end{vmatrix} = 0.6s^3 + 10s,$$

$$D_2(s) = \begin{vmatrix} 2s^2+60 & 0.6s \\ -20 & -0.1s \end{vmatrix} = -0.2s^3 + 6s,$$

$$D(s) = \begin{vmatrix} 2s^2+60 & -20 \\ -20 & s^2+20 \end{vmatrix} = 2s^4 + 100s^2 + 800.$$

$$X_1(s) = \frac{D_1(s)}{D(s)},$$

$$X_2(s) = \frac{D_2(s)}{D(s)}.$$

Find inverse Laplace transform to find $x_1(t)$ and $x_2(t)$. The formula

$$\frac{P(s)}{Q(s)} \Leftrightarrow \sum_{k=1}^{n} \frac{P(\alpha_k)}{Q'(\alpha_k)} e^{\alpha_k t},$$

where

$Q(s) = (s-\alpha_1)(s-\alpha_2)\ldots(s-\alpha_n),$ can be applied.

ชื่อ.. รหัสประจำตัวนิสิต....................................... หมู่.............

3) (Problem 10.2) A spring-mass system with $m = 1.5\ \mathrm{kg}$ and $k = 5{,}000\ \mathrm{N/m},$ with negligible damping, is used as a vibration pickup. When mounted on a structure vibrating with an amplitude of 10 mm, the total displacement of the mass of the pickup is observed to be 20 mm. Find the frequency of the vibrating structure.

Solution

From equation (10.19),

$$Z = \frac{Y\omega^2}{\left(k - m\omega^2\right)},$$

$$0.02 - 0.01 = \frac{0.01\omega^2}{\left(5000 - 1.5\omega^2\right)},$$

$$\omega = 44.72\ \mathrm{rad/s}$$

ชื่อ.. รหัสประจำตัวนิสิต...................................... หมู่.............

4) (Problem 9.13) The data obtained in a two-plane balancing procedure are given in the table below. Determine the <u>magnitude and angular position of the balancing weights</u>, assuming that all angles are measured from an arbitrary phase mark and all weights are added at the same radius.

	Amplitude (mils)		**Phase Angle**	
Condition	**Bearing *A***	**Bearing *B***	**Bearing *A***	**Bearing *B***
Original unbalance	5	4	100°	180°
W_L = 2 oz added at 30° in the left plane	6.5	4.5	120°	140°
W_R = 2 oz added at 0° in the right plane	6	7	90°	60°

<u>Solution</u>

Following Example 9.2, we get

$\vec{V}_A = 5\angle 100^\circ$,

$\vec{V}_B = 4\angle 180^\circ$,

$\vec{V}_A' = 6.5\angle 120^\circ$,

$\vec{V}_B' = 4.5\angle 140^\circ$,

$\vec{V}_A'' = 6\angle 90^\circ$,

$\vec{V}_B'' = 7\angle 60^\circ$,

$\vec{W}_L = 2\angle 30^\circ$,

$\vec{W}_R = 2\angle 0^\circ$,

From equation (9.17), $\vec{A}_{AL} = 1.24\angle 133.51^\circ$

From equation (9.18), $\vec{A}_{BL} = 1.47\angle 49.18^\circ$

From equation (9.21), $\vec{A}_{AR} = 0.69\angle 51.10^\circ$

From equation (9.22), $\vec{A}_{BR} = 4.82\angle 38.95^\circ$

From equation (9.23), $\vec{U}_L = 4.24\angle -49.68^\circ$

From equation (9.24), $\vec{U}_R = 2.12\angle 140.74^\circ$

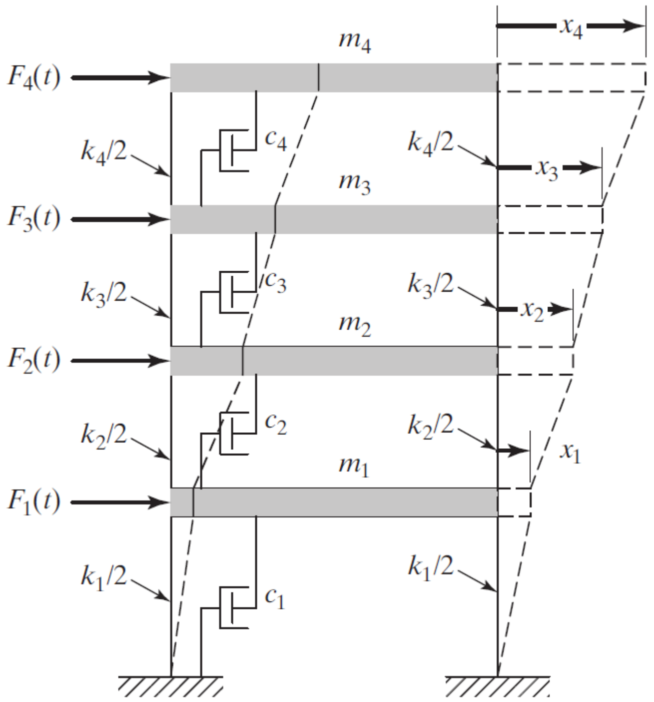
Therefore,

$\vec{B}_L = -\vec{U}_L = 4.24\angle 130.32^\circ$

$\vec{B}_R = -\vec{U}_R = 2.12\angle -39.26^\circ$

ชื่อ.. รหัสประจำตัวนิสิต....................................... หมู่.............

5) (Problem 6.38) Derive the equations of motion of the system shown below using Lagrange's method.



Solution

Kinetic energy is $T=\frac{1}{2}m_1\dot{x}_1^2+\frac{1}{2}m_2\dot{x}_2^2+\frac{1}{2}m_3\dot{x}_3^2+\frac{1}{2}m_4\dot{x}_4^2$.

Potential energy is $V=\frac{1}{2}k_1x_1^2+\frac{1}{2}k_2\left(x_2-x_1\right)^2+\frac{1}{2}k_3\left(x_3-x_2\right)^2+\frac{1}{2}k_4\left(x_4-x_3\right)^2$.

Work of non-potential forces is

$$\begin{aligned} dW_{np} &= -c_1\dot{x}_1dx_1-c_2\left(\dot{x}_2-\dot{x}_1\right)\left(dx_2-dx_1\right)-c_3\left(\dot{x}_3-\dot{x}_2\right)\left(dx_3-dx_2\right)-c_4\left(\dot{x}_4-\dot{x}_3\right)\left(dx_4-dx_3\right) \\ &\quad +F_1dx_1+F_2dx_2+F_3dx_3+F_4dx_4 \\ &= Q_1dx_1+Q_2dx_2+Q_3dx_3+Q_4dx_4. \end{aligned}$$

Then,

$$Q_1=-c_1\dot{x}_1+c_2\left(\dot{x}_2-\dot{x}_1\right)+F_1,$$

$$Q_2=-c_2\left(\dot{x}_2-\dot{x}_1\right)+c_3\left(\dot{x}_3-\dot{x}_2\right)+F_2,$$

$$Q_3=-c_3\left(\dot{x}_3-\dot{x}_2\right)+c_4\left(\dot{x}_4-\dot{x}_3\right)+F_3,$$

$$Q_4=-c_4\left(\dot{x}_4-\dot{x}_3\right)+F_4.$$

From equation (6.41), four equations of motion can be obtained.

ชื่อ.. รหัสประจำตัวนิสิต...................................... หมู่.............

6) (Problem 6.83) Find the <u>free-vibration response</u> of a system

$$\begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{bmatrix} \ddot{\vec{x}}(t) + \begin{bmatrix} 200 & -100 & 0 \\ -100 & 200 & -100 \\ 0 & -100 & 100 \end{bmatrix} \vec{x}(t) = \vec{0}.$$

Assume the initial conditions as $x_i(0) = 0.1$ and $\dot{x}_i(0) = 0;\ i = 1, 2, 3.$

<u>Solution</u>

From equation (6.67), $[D] = \begin{bmatrix} 200 & -100 & 0 \\ -100 & 200 & -100 \\ 0 & -100 & 100 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.1 & 0.1 \\ 0.1 & 0.2 & 0.2 \\ 0.1 & 0.2 & 0.3 \end{bmatrix}.$

From equation (6.68),

$$|\lambda[I] - [D]| = \begin{vmatrix} \lambda - 0.1 & -0.1 & -0.1 \\ -0.1 & \lambda - 0.2 & -0.2 \\ -0.1 & -0.2 & \lambda - 0.3 \end{vmatrix} = 0, \text{ then, } \lambda = 0.0308, 0.0643, 0.5049.$$

From equation (E.6) in the Example 6.11, $\omega = \sqrt{1/\lambda}$, then $\omega = 1.4073, 3.9436, 5.6980$ rad/s.

From equation (6.66),

$$[\lambda_i[I] - [D]]\, \vec{X}^{(i)} = \vec{0}, \qquad i = 1, 2, 3$$

we have

$$\vec{X}^{(1)} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1.8019 \\ 2.2470 \end{Bmatrix}, \vec{X}^{(2)} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0.445 \\ -0.802 \end{Bmatrix}, \vec{X}^{(1)} = \begin{Bmatrix} 1 \\ -1.2468 \\ 0.5544 \end{Bmatrix}$$

.

From equations (6.98) and (6.99), we have

$$\begin{Bmatrix} 0.1 \\ 0.1 \\ 0.1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1.8019 \\ 2.2470 \end{Bmatrix} A_1 \cos\phi_1 + \begin{Bmatrix} 1 \\ 0.445 \\ -0.802 \end{Bmatrix} A_2 \cos\phi_2 + \begin{Bmatrix} 1 \\ -1.2468 \\ 0.5544 \end{Bmatrix} A_3 \cos\phi_3,$$

and

$$\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = -\begin{Bmatrix} 1 \\ 1.8019 \\ 2.2470 \end{Bmatrix} A_1 (1.4073) \sin\phi_1 - \begin{Bmatrix} 1 \\ 0.445 \\ -0.802 \end{Bmatrix} A_2 (3.9436) \sin\phi_2 - \begin{Bmatrix} 1 \\ -1.2468 \\ 0.5544 \end{Bmatrix} A_3 (5.698) \sin\phi_3.$$

The free-vibration response is given by equation (6.96),

$$\vec{x}(t) = \sum_{i=1}^{n} \vec{X}^{(i)} A_i \cos(\omega_i t + \phi_i)$$