

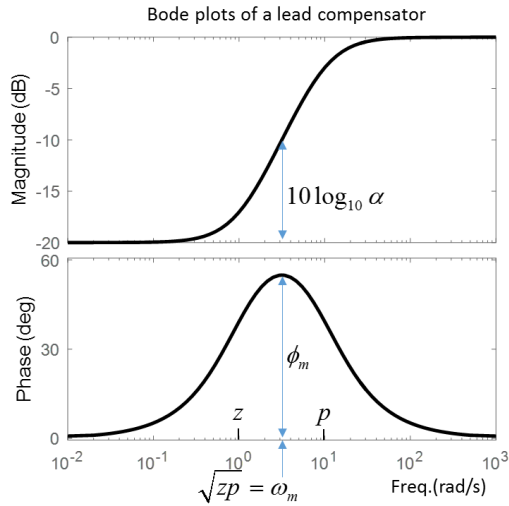
LEAD ใช้สำหรับ TRANSIENT (γ, ω_n)
LAG ใช้สำหรับ STEADY-STATE ERROR (k_p, k_v, k_a)
LAG-LEAD สำหรับทั้งคู่ (ออกแบบ LEAD ก่อน)

Lead compensator

1) Lead compensator

$$G_c(s) = \frac{K(s+z)}{(s+p)}, \quad 0 \leq z < p$$

2) Bode plots



$$\sin \phi_m = \frac{\alpha - 1}{\alpha + 1}, \quad \alpha = \frac{p}{z}$$

3) ออกแบบด้วย Bode plots

ใช้ lead เพิ่ม phase ให้กับระบบ ทำให้ได้ phase margin spec ตามต้องการ

3.1) หา K/α จาก steady-state error constants ที่กำหนด

3.2) หา phase margin γ ของ $(K/\alpha)G(s)$

3.3) หา ϕ_m จาก

$$\phi_m = \text{additional phase needed} + 10\%$$

3.4) หา α จาก

$$\left(\frac{\alpha - 1}{\alpha + 1}\right) = \sin \phi_m \quad \text{หรือ} \quad \alpha = \frac{1 + \sin \phi_m}{1 - \sin \phi_m}$$

3.5) หา ω_m จาก

$$\left| (K/\alpha)G(j\omega_m) \right| = -10 \log_{10} \alpha \quad (\text{dB}) = 1/\sqrt{\alpha}$$

3.6) หา $p = \omega_m \sqrt{\alpha}$ และ $z = p/\alpha$

3.7) หา K

มาจาก
PHASE LEAD
ดีด เพิ่ม PHASE ในระบบ
UNKNOWNs 3 ตัวคือ k, z, p

4) ออกแบบด้วย root locus

ใช้ lead เพื่อวาง closed-loop poles ในตำแหน่งที่ต้องการเพื่อ good transient performance และ stability

4.1) หา ω_n และ ζ จาก spec ที่กำหนด

4.2) หา desired closed-loop poles $s_{1,2}$

4.3) หา z โดยวาง zero $s = -z$ แนวเดียวกับ desired closed-loop poles หรือทางซ้ายของ real poles สองตัวแรก ของ $G(s)$

4.4) หา p จาก angle condition

$$\angle G_c(s)G(s) \Big|_{s=s_{1,2}} = \pm 180^\circ (2k+1), \quad (k=0, 1, 2, \dots)$$

เมื่อ $s_{1,2}$ = desired closed-loop poles

4.5) หา K จาก magnitude condition

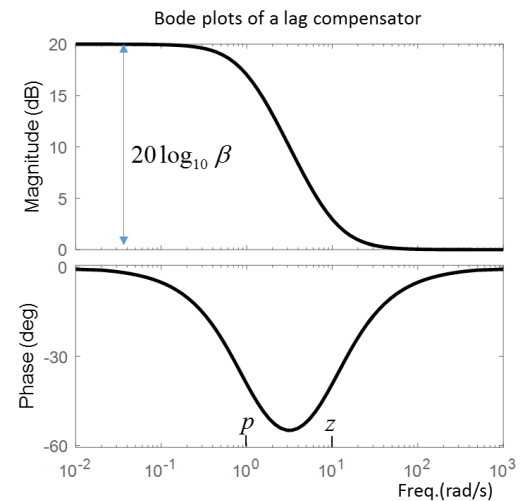
$$\left| G_c(s)G(s) \right|_{s=s_{1,2}} = 1$$

Lag compensator

1) Lag compensator

$$G_c(s) = \frac{K(s+z)}{(s+p)}, \quad 0 \leq p < z$$

2) Bode plots



$$\beta = \frac{z}{p}$$

3) ออกแบบด้วย Bode plots

ใช้ lag ทำให้ magnitude ที่ high frequency ต่ำลง ทำให้ได้ phase margin spec ตามต้องการ

3.1) หา $K\beta$ จาก steady-state error constants ที่กำหนด

3.2) หา ω_c คือ new gain crossover frequency จาก

$$\angle K\beta G(j\omega_c) = -180^\circ + \text{phase margin spec} + 5^\circ$$

3.3) หา z จาก $z = \omega_c / 10$

3.4) หา β จาก

$$\left| K\beta G(j\omega_c) \right| = 20 \log_{10} \beta \text{ (dB)} = \beta$$

3.5) หา p จาก $p = z / \beta$

3.6) หา K

4) ออกแบบด้วย root locus

ใช้ lag ทำให้ steady-state error มีค่าน้อย โดยคง transient response เดิมไว้ด้วยการไม่เปลี่ยนแปลง root locus มากนัก (lag มี pole และ zero อยู่ใกล้ origin)

4.1) หา root locus ของ $KG(s)$

4.2) หา desired closed-loop poles $s_{1,2}$ บน root locus

4.3) หา K จาก magnitude condition

$$\left| KG(s) \right|_{s=s_{1,2}} = 1$$

4.4) หา β จาก steady-state error constants ที่ต้องการ เช่น

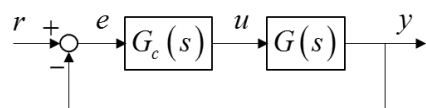
$$K_{v,spec} = \lim_{s \rightarrow 0} sG_c(s)G(s) = \lim_{s \rightarrow 0} G_c(s) \lim_{s \rightarrow 0} sG(s) = \beta K K_v$$

4.5) เลือก zero $s = -z$ ให้อยู่ใกล้ origin เทียบกับ dominant poles ของ $G(s)$

4.6) หา p จาก $p = z / \beta$

พื้นฐาน

1) ออกแบบ controller (หรือ compensator) $G_c(s)$



2) Steady-state error constants

$$K_p = \lim_{s \rightarrow 0} L(s), K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sL(s), K_a = \lim_{s \rightarrow 0} s^2L(s)$$

Steady-state error:

	Step Input $r(t) = 1$	Ramp Input $r(t) = t$	Acceleration Input $r(t) = \frac{1}{2}t^2$
Type 0 system	$\frac{1}{1 + K_p}$	∞	∞
Type 1 system	0	$\frac{1}{K_v}$	∞
Type 2 system	0	0	$\frac{1}{K_a}$

3) Transient performance measures

$$2\%T_s = \frac{4}{\zeta\omega_n}, T_p = \frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}, P.O. = 100e^{-\zeta\pi/\sqrt{1-\zeta^2}},$$

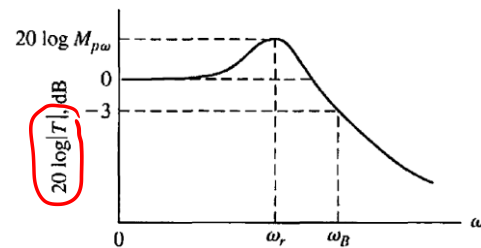
$$T_{r1} = \frac{2.16\zeta + 0.6}{\omega_n}$$

4) Frequency response measures

$$M_{p\omega} \approx 1 / (2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}), \zeta \leq 0.7$$

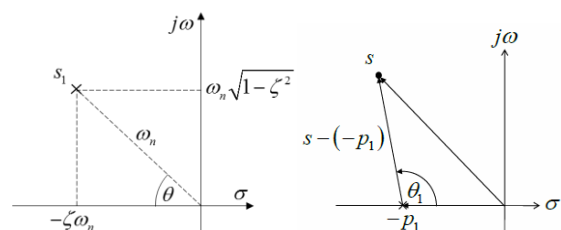
$$\omega_r \approx \omega_n\sqrt{1-2\zeta^2}, \zeta \leq 0.7$$

$$\omega_B \approx \omega_n(-1.1961\zeta + 1.8508), 0.3 \leq \zeta \leq 0.8$$



$$\zeta = \gamma / 100, 0 \leq \zeta \leq 0.6$$

5) Closed-loop pole locations



$$\zeta = \cos \theta$$

$$\angle (s + p_1) = \theta_1$$

6) Angle of a factor in a transfer function (Top)