

## การใช้การปรับสัญญาณอินพุตสำหรับลดการสั่นสะเทือนในระบบควบคุมป้อนกลับไม่เชิงเส้น Using Input Shaping for Vibration Reduction in Nonlinear Feedback Control System

อิทธิเดช มูลมั่งมี\*, วิจิต ฉัตรรัตน์กุลชัย และ ทวีเดช ศิริธนาพิพัฒน์

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ บางเขน กรุงเทพฯ 10900

\*ติดต่อ: [profitidej@gmail.com](mailto:profitidej@gmail.com)

### บทคัดย่อ

การปรับสัญญาณอินพุตเป็นเทคนิคที่มีประสิทธิภาพสำหรับลดการสั่นสะเทือนในระบบเชิงเส้น อาศัยการคอนโวลูชันระหว่างสัญญาณอินพุตอ้างอิงกับชุดของสัญญาณอิมพัลส์ภายในตัวปรับสัญญาณ ด้วยการออกแบบแอมพลิจูดและเวลาของสัญญาณอิมพัลส์ที่เหมาะสม ทำให้ผลตอบสนองของระบบมีการสั่นสะเทือนตกค้างลดลงเข้าสู่ศูนย์ การใช้ตัวปรับสัญญาณอินพุตแบบดั้งเดิม เช่น ZV, ZVD สามารถให้ผลลัพธ์ของการควบคุมการสั่นสะเทือนได้ดีในระบบเชิงเส้น อย่างไรก็ตาม ในทางปฏิบัติทุกระบบที่มีการสั่นสะเทือนล้วนเป็นระบบไม่เชิงเส้น และไม่สามารถหาแบบจำลองได้อย่างสมบูรณ์ จึงทำให้ ตัวปรับสัญญาณอินพุตซึ่งทำงานได้ดีในระบบเชิงเส้น มีประสิทธิภาพลดลงเมื่อใช้ในระบบไม่เชิงเส้น บทความนี้นำเสนอแนวคิดใหม่ในการลดการสั่นสะเทือน โดยการใช้การควบคุมแบบป้อนกลับร่วมกับตัวปรับสัญญาณอินพุต ในส่วนการป้อนกลับใช้เทคนิคการทำให้เป็นเชิงเส้นโดยการป้อนกลับตัวแปรสเตท เป็นผลให้ลูปปิดเป็นระบบเชิงเส้นที่มีการสั่นด้วยค่าความถี่ธรรมชาติ  $\omega_n$  และอัตราส่วนการหน่วง  $\zeta$  ตามที่ออกแบบ การสั่นสะเทือนตกค้างที่เกิดขึ้นในการควบคุมแบบป้อนกลับจะถูกทำให้หมดไปโดยการใช้ตัวปรับสัญญาณอินพุตที่วางไว้นอกลูป การจำลองทางคอมพิวเตอร์แสดงให้เห็นว่าเทคนิคที่นำเสนอสามารถควบคุมการสั่นสะเทือนในระบบแกนกล 1 DOF ที่มีข้อต่อยืดหยุ่นซึ่งเป็นระบบไม่เชิงเส้นได้ และด้วยการออกแบบตัวปรับสัญญาณอินพุต และการวางตำแหน่งโพลที่เหมาะสมในระบบควบคุมแบบกลับ ทำให้สามารถควบคุมแบบติดตามสัญญาณอ้างอิงที่กำหนดให้ โดยไม่เกิดการสั่นสะเทือนตกค้างในระบบ

**คำหลัก:** การควบคุมการสั่นสะเทือน; การควบคุมแบบป้อนกลับ; การปรับสัญญาณอินพุต; ระบบไม่เชิงเส้น; การทำให้เป็นเชิงเส้นโดยการป้อนกลับ

### Abstract

Input shaping, a feedforward part in control system, is a successful technique for vibration reduction in linear vibratory systems. The technique reshapes a given reference command by convolving the reference with a train of impulses in an input shaper. With an appropriate design of the amplitudes and the time locations of the impulses, the residual vibration of the system response approaches to zero. By using the traditional shapers (ex. ZV, ZVD<sup>k</sup>, etc.) can reduce vibration perfectly in linearized system. However, in practically, most vibratory systems are nonlinear and does not have a perfect model. Such the shapers that have well performed in linearized system will be degraded when applied in nonlinear system. In this article, we propose a novel idea of vibration reduction by combining a feedback control with a traditional input shaper. The control technique that used in feedback part is linearization by state feedback. Then, the closed-loop will be formed in an equivalent linear system and inherits vibration properties: natural frequency,  $\omega_n$  and damping ratio,  $\zeta$ . The residual vibration in feedback control will be eliminated by using the ZV, ZVD shaper located at the outside of the loop. This shows that the traditional input

# DRC-26

shaper can apply in nonlinear vibratory systems for vibration reduction. The simulations show that the proposed technique well perform in control of a benchmark nonlinear system---a single-link flexible-joint manipulator. The residual vibration occurring in the feedback-loop will be zero by input shaping design and a suitable locating of closed-loop poles.

**Keywords:** vibration control; feedback control; input shaping; nonlinear systems; feedback linearization

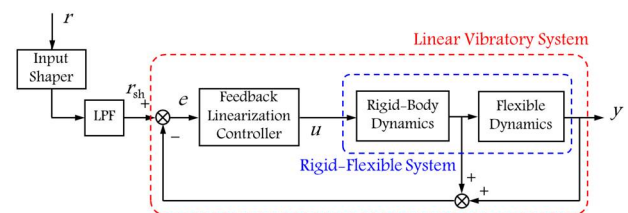
## 1. บทนำ

การควบคุมการสั่นสะเทือนสำหรับระบบทางกล (vibration control in mechanical system) เป็นศาสตร์ที่ได้รับความสนใจมายาวนาน เนื่องจากโครงสร้างระบบทางกลหลายระบบออกแบบให้มีความทนทานและน้ำหนักเบา เมื่อเทียบกับขนาด จึงมีความจำเป็นต้องใช้วัสดุที่มีความยืดหยุ่นหรือชิ้นส่วนที่มีความสามารถในการสั่นแกว่งได้ ประกอบขึ้นเป็นโครงสร้าง เช่น เกรนขนส่งสินค้าประเภทต่าง ๆ (เช่น bridge crane, tower crane เป็นต้น), แขนกลยืดหยุ่นที่ใช้ในงานในอวกาศ (flexible space manipulator), โครงสร้างต้านแผ่นดินไหวในอาคารสูง เป็นต้น ระบบที่มีการสั่นแกว่งหรือสามารถสั่นสะเทือนได้ เรียกว่า ระบบยืดหยุ่น (flexible system) เมื่อสั่งการให้ระบบยืดหยุ่นมีการเคลื่อนที่ อาจทำให้เกิดความไม่แม่นยำของการควบคุมตำแหน่ง และเกิดพฤติกรรมการสั่นสะเทือนอันไม่พึงประสงค์ได้

การควบคุมการสั่นสะเทือน สามารถจำแนกได้เป็น 2 วิธีดังนี้ 1) วิธีแพชซีฟ (passive) คือ ไม่ใช้พลังงานจากภายนอกแต่อาศัยอุปกรณ์ช่วยกระจายพลังงาน เช่น isolator, absorber, resonator, suspension เป็นต้น 2) วิธีแอคทีฟ (active) คือ ใช้พลังงานจากภายนอกในการควบคุม เช่น มอเตอร์ไฟฟ้า อีกทั้งจำเป็นต้องอาศัยทฤษฎีการควบคุมอัตโนมัติด้วย เทคนิคที่ใช้ในวิธีแอคทีฟสามารถจำแนกได้เป็น 4 ประเภทคือ 1) การควบคุมแบบป้อนกลับ (feedback control) [1] เช่น การควบคุมแบบคลาสสิก (classical control), การควบคุมแบบสมัยใหม่ (modern control) ทั้งแบบเชิงเส้น (linear) [1] และไม่เชิงเส้น (nonlinear) [6] 2) Command Smoothing [2], [3] เป็นการออกแบบในลักษณะ off-line สำหรับสัญญาณอ้างอิงที่ต้องการทราบค่าก่อนหน้าที่แน่นอน โดยมีหลักการคือสัญญาณอ้างอิงที่ได้จะไม่ไปกระตุ้นความถี่ธรรมชาติของระบบ 3) การปรับสัญญาณอินพุต (input shaping; IS) [4], [5] ทำงานโดยอาศัยชุดหรือขบวนการของอิมพัลส์ไปปรับ

รูปร่างของสัญญาณคำสั่ง (input shape command) การปรับรูปร่างนั้นสามารถทำได้ทั้งสัญญาณอ้างอิง (reference signal) หรือสัญญาณควบคุม (control signal) ก็ได้ เพื่อหักล้างความถี่ธรรมชาติของระบบยืดหยุ่น เป็นผลให้เอาต์พุตที่ต้องการควบคุมของระบบภายหลังการปรับสัญญาณคำสั่งใหม่นี้มีการสั่นสะเทือนตกค้าง (residual vibration) ลดลงหรือเป็นศูนย์ สัญญาณที่ไปกระตุ้นระบบนี้ต้องมีอย่างน้อยสองอิมพัลส์ ซึ่งต้องกระทำที่เวลาที่แน่นอนค่าหนึ่ง เรียกชุดของสัญญาณอิมพัลส์นี้ว่า ตัวปรับสัญญาณอินพุต (Input Shaper) และ 4) เทคนิคผสมผสาน [7], [9] เป็นการนำเอาการควบคุมแบบป้อนกลับมาทำงานร่วมกับเทคนิค IS โดยอาศัยข้อดีของการควบคุมแบบป้อนกลับคือสามารถลดการถูกรบกวน (disturbance) และจัดการกับความไม่แน่นอน (uncertainty) ของพารามิเตอร์ในระบบได้ อย่างไรก็ตามเทคนิคในการควบคุมการสั่นสะเทือนต่าง ๆ ดังที่กล่าวมานั้น สามารถใช้ได้กับระบบยืดหยุ่นเชิงเส้น (linear vibratory system) เท่านั้น ซึ่งในทางปฏิบัติทุกระบบที่มีการสั่นสะเทือนล้วนเป็นระบบไม่เชิงเส้น และไม่สามารถหาแบบจำลองได้อย่างสมบูรณ์

บทความนี้นำเสนอแนวคิดใหม่ในการลดการสั่นสะเทือน ด้วยวิธีปรับสัญญาณอินพุตในระบบยืดหยุ่นไม่เชิงเส้นร่วมกับการควบคุมแบบป้อนกลับ ซึ่งจัดเป็นเทคนิคผสมผสาน แสดงดังรูปที่ 1



รูปที่ 1 โครงสร้างของระบบควบคุมที่นำเสนอ

## DRC-26

ในบทความเริ่มต้นด้วย หัวข้อที่ 2) ทฤษฎีพื้นฐานที่เกี่ยวข้อง 2.1) พื้นฐานการปรับสัญญาณอินพุต 2.2) การทำให้เป็นเชิงเส้นโดยการป้อนกลับ หัวข้อที่ 3) การออกแบบระบบควบคุม 3.1) ระบบสั่นสะเทือนไม่เชิงเส้นที่ใช้เป็นตัวอย่าง 3.2) การแปลงระบบไม่เชิงเส้นให้อยู่ในรูปแบบปกติ 3.3) การออกแบบตัวปรับสัญญาณอินพุต ผลลัพธ์การควบคุมเมื่อจำลองทางคอมพิวเตอร์จะแสดงในหัวข้อที่ 4 สรุปผลและวิจารณ์ ในหัวข้อที่ 5 และเอกสารอ้างอิงในหัวข้อที่ 6

### 2. ทฤษฎีพื้นฐานที่เกี่ยวข้อง

หัวข้อนี้จะกล่าวถึง เทคนิคของการควบคุมแบบป้อนไปข้างหน้าที่เรียกว่า การปรับสัญญาณอินพุต และการทำให้เป็นเชิงเส้นโดยการป้อนกลับ ดังนี้

#### 2.1 พื้นฐานการปรับสัญญาณอินพุต

Singer และ Seering [4] ได้ริเริ่มและพัฒนาเทคนิคการปรับสัญญาณอินพุตโดยอาศัยแนวคิดจาก Posicast Control ของ Smith [5] การออกแบบประกอบด้วย การหาแอมพลิจูดและเวลาของสัญญาณอิมพัลส์ เริ่มต้นพิจารณาสมการผลตอบสนองต่อสัญญาณอิมพัลส์ขนาด  $A$  หน่วย กระทำที่เวลา  $t_0$  ของระบบเชิงเส้นอันดับสองแบบความหน่วงปกติ กำหนดโดย

$$y_1(t) = \frac{e^{-\zeta\omega_n(t-t_0)}}{m\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}} \sin\sqrt{1-\zeta^2}\omega_n(t-t_0)$$

โดยที่  $t \geq t_0$  ความถี่ธรรมชาติ  $\omega_n$ , อัตราส่วนการหน่วง  $\zeta$  (น้อยกว่าหนึ่ง) และ  $m$  คือมวลของระบบ แอมพลิจูดของผลตอบสนองที่เวลา  $t = t_0$  กำหนดโดย

$$A_1 = \frac{1}{m\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}$$

สำหรับผลตอบสนองที่มีต่ออิมพัลส์ขนาด  $A_i$  หน่วย กระทำที่เวลา  $t_i$  ทั้งหมด  $n$  สัญญาณสามารถพิสูจน์ได้ว่า

$$y_\Sigma(t) = \sum_{i=1}^N \frac{A_i e^{-\zeta\omega_n(t-t_i)}}{m\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}} \sin\sqrt{1-\zeta^2}\omega_n(t-t_i) \quad (1)$$

จากเอกลักษณ์ตรีโกณมิติ สามารถพิสูจน์ได้ว่าการรวมกันของผลตอบสนองที่มีต่อ  $N$  สัญญาณอิมพัลส์ จะมีแอมพลิจูดที่เวลา  $t_n$  กำหนดโดย

$$A_\Sigma = A_1 e^{-\zeta\omega_n t_n} \sqrt{[C(\omega_n, \zeta)]^2 + [S(\omega_n, \zeta)]^2} \quad (2)$$

โดยที่

$$\begin{cases} C(\omega_n, \zeta) = \sum_{i=1}^N A_i e^{\zeta\omega_n t_i} \cos(\sqrt{1-\zeta^2}\omega_n t_i) \\ S(\omega_n, \zeta) = \sum_{i=1}^N A_i e^{\zeta\omega_n t_i} \sin(\sqrt{1-\zeta^2}\omega_n t_i) \end{cases} \quad (3)$$

การวัดการสั่นสะเทือนพิจารณาจาก เปอร์เซนต์การสั่นสะเทือน (percentage vibration;  $V$ ) นิยามโดยอัตราส่วนระหว่าง  $A_\Sigma$  ต่อ  $A_1$  กล่าวคือ

$$V(\omega_n, \zeta) = \frac{A_\Sigma}{A_1} = e^{-\zeta\omega_n t_n} \sqrt{[C(\omega_n, \zeta)]^2 + [S(\omega_n, \zeta)]^2} \quad (4)$$

โดยต้องการให้แอมพลิจูดผลลัพธ์  $A_\Sigma$  ของผลตอบสนองมีค่าเป็นศูนย์ จึงได้เงื่อนไขบังคับ [4] ดังนี้

1) การสั่นสะเทือนตกค้างเป็นศูนย์ (zero residual vibration constraint): กล่าวคือ  $V(\omega_n, \zeta) = 0$  หรือ  $C(\omega_n, \zeta) = S(\omega_n, \zeta) = 0$  สำหรับ  $\omega_n, \zeta$  ที่ใช้งาน

2) แอมพลิจูดรวมของอิมพัลส์ (impulse amplitude constraint): เพื่อให้อินพุตอ้างอิงหลังปรับ (ออกจาก IS) มีค่าเท่ากับอินพุตอ้างอิงก่อนปรับ (ก่อนเข้า IS) ดังนั้นผลรวมของแอมพลิจูดของอิมพัลส์ต้องมีค่าเท่ากับ 1 เสมอ นั่นคือ  $\sum_{i=1}^N A_i = 1$

3) เงื่อนไขบังคับความคงทน (robustness constraint): เพื่อลดความไว (sensitivity) ของ  $V$  ที่มีต่อการเปลี่ยนแปลงของค่า  $\omega_n$  และ  $\zeta$  ของระบบ จะได้ว่า

$$\frac{\partial V(\omega_n, \zeta)}{\partial \omega_n} = 0 \quad \text{หรือ} \quad \frac{dC(\omega_n)}{d\omega_n} = \frac{dS(\omega_n)}{d\omega_n} = 0$$

4) เงื่อนไขบังคับของเวลา (time optimality constraint): เพื่อลดการสั่นสะเทือนระบบโดยเร็วที่สุดจึงต้องเลือกผลเฉลยที่เป็นเวลาของอิมพัลส์ครั้งสุดท้าย ( $t_N$ ) ให้มีค่าน้อยที่สุด (time minimum) หรือกระตุ้นระบบโดยเร็วที่สุดนั่นเอง จึงได้ว่า  $\min(t_N)$

5) เงื่อนไขของเวลาเริ่มต้น (initial time constraint): เวลาของสัญญาณอิมพัลส์แรก ( $t_1$ ) ที่ไปกระตุ้นระบบคือเวลาที่ระบบเริ่มทำงาน นั่นคือ  $t_1 = 0$

ตัวปรับสัญญาณอินพุตบางประเภทสามารถหาในรูปแบบปิด (closed form) ได้ เช่น ZV (Zero Vibration),

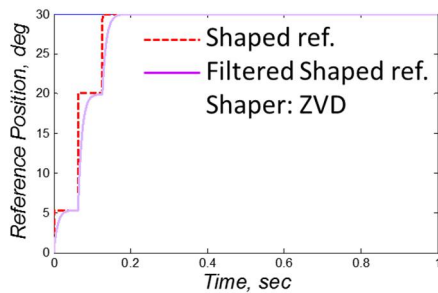
## DRC-26

ZVD (Zero Vibration and Derivative), ZVD<sup>k</sup> และ EI (Extra Insensitive) Shaper เป็นต้น สำหรับบทความนี้จะใช้ ZV Shaper ซึ่งประกอบด้วยอิมพัลส์ 3 ค่า ( $N=3$ ) จากเงื่อนไขข้อบังคับทั้ง 5 ข้อนั้น สรุปได้ว่าแอมพลิจูด  $A_i$  และเวลา  $t_i$  สำหรับ  $i = 1, 2, 3$  กำหนดโดย

$$\begin{bmatrix} A_1 & A_2 & A_3 \\ t_1 & t_2 & t_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{(1+K)^2} & \frac{2K}{(1+K)^2} & \frac{K^2}{(1+K)^2} \\ 0 & \frac{\pi}{\omega_d} & \frac{2\pi}{\omega_d} \end{bmatrix} \quad (5)$$

โดยที่  $K = \exp\{-\zeta\pi / \sqrt{1-\zeta^2}\}$  และ

$\omega_d = \omega_n \sqrt{1-\zeta^2}$  สัญญาณอินพุตอ้างอิงแบบขั้นบันไดที่มีแอมพลิจูดเท่ากับ 30 องศา เมื่อปรับรูปโดยใช้ ZVD ตาม (5) จะมีลักษณะดังรูปที่ 2



รูปที่ 2 สัญญาณอินพุตอ้างอิงที่ปรับ

### 2.2 การทำให้เป็นเชิงเส้นโดยการป้อนกลับ

โดยใช้การป้อนกลับตัวแปรสเตต (state feedback) สามารถแปลงระบบไม่เชิงเส้นให้เป็นระบบเชิงเส้นได้ด้วย 2 ขั้นตอนคือ 1) การแปลงพิกัด (coordinate transformation) ให้ระบบไม่เชิงเส้นอยู่ใน รูปแบบปกติ (normal form) และ 2) การออกแบบกฎการควบคุม บนพิกัดใหม่ (รูปแบบปกติ) เพื่อไปหักล้างเทอมไม่เชิงเส้นออกจากระบบ ผลลัพธ์ที่ได้คือ ระบบเชิงเส้นบนพิกัดใหม่ และอินพุตของการควบคุมตัวใหม่ (new control input) ซึ่งสามารถออกแบบด้วยวิธีต่าง ๆ ที่ใช้กันในระบบเชิงเส้นได้

เริ่มจาก พิจารณาระบบไม่เชิงเส้น SISO กำหนดโดย

$$\Sigma : \begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u \\ y = h(x) \end{cases} \quad (6)$$

โดยที่  $x \in \mathbb{R}^n$  เป็นตัวแปรสเตต  $f : D \rightarrow \mathbb{R}^n$  และ  $g : D \rightarrow \mathbb{R}^n$  เป็นสนามเวกเตอร์ราบเรียบ นิยามบนโดเมน  $D \subset \mathbb{R}^n$  ที่ครอบคลุมจุดสมดุล (equilibrium

point)  $x_0$  ของระบบอิสระ ( $u = 0$ ) และ  $h$  เป็นฟังก์ชันราบเรียบ ทฤษฎีบทต่อไปนี้ [6] ให้เงื่อนไขที่จำเป็นและเพียงพอ (sufficient and necessary condition) สำหรับการแปลงสมการสเตตของระบบไม่เชิงเส้น (6) ให้อยู่ในรูปสมการเชิงเส้น โดยใช้การป้อนกลับตัวแปรสเตต ซึ่งจำเป็นต้องทำการตรวจสอบระบบที่จะทำการควบคุมก่อนเสมอ

#### ทฤษฎีบท 1 (Condition for full-state linearization)

ระบบไม่เชิงเส้น (6) สามารถทำให้เป็นเชิงเส้นโดยการป้อนกลับ (feedback linearizable) ก็ต่อเมื่อ มีโดเมน  $D_0 \subset D$  ทำให้

1) สนามเวกเตอร์

$$\mathcal{G} = \{g(x), ad_f g(x), \dots, ad_f^{n-1} g(x)\}$$

เป็นอิสระเชิงเส้นในโดเมน  $D_0$  ซึ่งสมมูลกับ  $\mathcal{G}$  มีค่าแรงค์เท่ากับ  $n$  สำหรับทุก  $x \in D_0$

2) การแผ่กระจาย (distribution)

$$D = \text{span}\{g, ad_f g, \dots, ad_f^{n-1} g\}$$

เป็น involutive ในโดเมน  $D_0$  □

การพิสูจน์ ดู [6]

#### ทฤษฎีบท 2 (Existence of transformation)

ให้  $\rho$  เป็นดีกรีสัมพัทธ์ของระบบ (6) โดยที่  $\rho \leq n$  สำหรับทุกค่า  $x \in D$  ถ้า  $\rho = n$  แล้วจะมียานใกล้เคียง  $N$  ของ  $x_0$  ทำให้การแปลง

$$T(x) = [h(x) \quad L_f h(x) \quad \dots \quad L_f^{n-1} h(x)]^T$$

เป็น diffeomorphism บนโดเมน  $N$  และถูกจำกัด (restrict) ไปยัง  $N$  ถ้า  $\rho < n$  แล้วจะมียานใกล้เคียง  $N$  ของ  $x_0$  และมีฟังก์ชันราบเรียบ  $\phi_1(x), \dots, \phi_{n-\rho}(x)$  ทำให้

$$1) \frac{\partial \phi_i}{\partial x} g(x) = 0, \quad 1 \leq i \leq n - \rho, \quad \forall x \in D_0$$

2) สมการการแปลงพิกัด

$$T(x) =$$

$$[\phi_1(x) \quad \dots \quad \phi_{n-\rho}(x) | h(x) \quad \dots \quad L_f^{n-1} h(x)]^T$$

เป็น diffeomorphism บนโดเมน  $N$  โดยที่  $\eta \in \mathbb{R}^{n-\rho}$  และ  $\xi \in \mathbb{R}^\rho$  □

การพิสูจน์ ดู [6]

## DRC-26

สมการการแปลงในทฤษฎีบท 2 จะเปลี่ยนระบบไม่เชิงเส้น (6) ให้เป็นระบบเชิงเส้นที่เรียกว่า *รูปแบบปกติ (Isidori's Normal Form หรือ Normal Form)* คือ

$$\dot{z} = Az + B\gamma(x)[u - \alpha(x)] \quad (7)$$

โดยที่  $(A, B)$  เป็นเมตริกซ์สภาพควบคุมได้ (controllable matrix) และ  $\gamma(x)$  เป็นเมตริกซ์ไม่เอกฐาน (nonsingular matrix) กำหนดโดย

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ \vdots & & & & 0 & 1 \\ 0 & \dots & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\gamma(x) = L_g L_f^{\rho-1} h(x) \quad \text{และ} \quad \alpha(x) = -\frac{L_f^{\rho} h(x)}{L_g L_f^{\rho-1} h(x)}$$

ดังนั้น หากออกแบบกฎการควบคุมในรูป

$$u = \alpha(x) + \gamma^{-1}(x)v \quad (8)$$

โดยที่  $v$  เป็นการควบคุมตัวใหม่ (new control input) ทำให้ระบบปิดอยู่ในรูประบบเชิงเส้น คือ

$$\dot{z} = Az + Bv \quad (9)$$

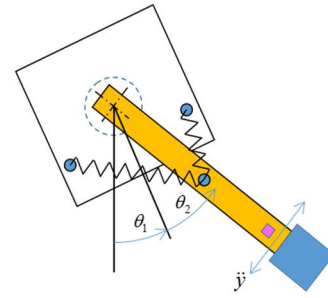
กฎการควบคุม  $v$  ในสมการ (9) สามารถออกแบบโดยใช้ทฤษฎีการควบคุมเชิงเส้น เช่น การวางตำแหน่งโพล (pole placement) หรือใช้การควบคุมแบบคงทน เช่น การควบคุมแบบแผนเลื่อน (Sliding Mode Control) เป็นต้น เพื่อให้ระบบเชิงเส้น (9) เป็นระบบปิดที่มีเสถียรภาพแบบเอ็กซ์โพเนนเชียล (Exponentially Stable) (หรือเสถียรภาพเชิงเส้นกำกับ (Asymptotically Stable))

### 3. การออกแบบระบบควบคุม

#### 3.1 ระบบสั้นสะเทือนไม่เชิงเส้นที่ใช้เป็นตัวอย่าง

พิจารณาระบบแขนกลหนึ่งลิงค์ที่มีข้อต่อยืดหยุ่น (single-link flexible-joint manipulator) (รูปที่ 3) ที่ใช้เป็นตัวอย่างในการออกแบบควบคุมการสั้นสะเทือน สมการการเคลื่อนที่ของระบบไม่เชิงเส้นนี้ กำหนดโดย [6]

$$\begin{cases} Iq_1 + MgL \sin q_1 + k(q_1 - q_2) = 0 \\ Jq_2 - k(q_1 - q_2) = f(t) \end{cases} \quad (10)$$



#### รูปที่ 3 ระบบแขนกลหนึ่งลิงค์ที่มีข้อต่อยืดหยุ่น

เมื่อเขียนในรูปสมการสเตท ตามสมการ (6) จะได้ว่า

$$f(x) = \begin{bmatrix} x_2 \\ -a \sin x_1 - b(x_1 - x_3) \\ x_4 \\ c(x_1 - x_3) \end{bmatrix}, \quad g(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ d \end{bmatrix}$$

และ  $h(x) = x_1$  พารามิเตอร์ต่าง ๆ ของระบบมีดังนี้  $a = MgL / I$ ,  $b = k / I$ ,  $c = J / k$  และ  $d = 1 / J$  จากข้อ 1) ของทฤษฎีบท 1: พิจารณาเมตริกซ์  $\mathcal{G}$  พบว่า

$$\mathcal{G} = [g, ad_f g, ad_f^2 g, ad_f^3 g]$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -bd \\ 0 & 0 & bd & 0 \\ 0 & -d & 0 & cd \\ d & 0 & -cd & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{rank}(\mathcal{G}) = n$$

จากข้อ 2) ของทฤษฎีบท 1: พิจารณาการแผ่กระจาย (distribution)  $D = \text{span}\{g, ad_f g, ad_f^2 g\}$  พบว่าเป็น involutive เนื่องจาก  $D$  เป็นสนามเวกเตอร์คงที่ ดังนั้น แบบจำลองไม่เชิงเส้นของระบบแขนกลหนึ่งลิงค์ที่มีข้อต่อยืดหยุ่น สามารถแปลงให้อยู่ในรูปสมการเชิงเส้น (7) โดยใช้การป้อนกลับตัวแปรสเตท (8) ได้

#### 3.2 การแปลงระบบไม่เชิงเส้นให้อยู่ในรูปแบบปกติ

พิจารณาให้ตำแหน่งของปลายแขนกล (หรือ  $x_1$ ) เป็นเอาต์พุตของระบบ จากทฤษฎีบท 2 ชั้นแรก: ตรวจสอบดีกรีสัมพัทธ์ (relative degree) ของระบบ (10) เนื่องจากอนุพันธ์เทียบกับเวลาของ  $y = h(x)$  มีค่า  $\dot{y}$ ,  $\ddot{y}$  และ  $\dddot{y}$  ไม่ขึ้นกับ  $u$  แต่  $y^{(4)}$  พบว่ามี  $u$  ปรากฏในสมการ จึงได้ว่า ระบบมีดีกรีสัมพัทธ์  $\rho = 4$  (เท่ากับ  $n$ ) ดังนั้นในสมการการแปลงจึงไม่มีส่วนของพลวัตภายใน (internal dynamics) และระบบไม่เชิงเส้นจึงเป็น

## DRC-26

ระบบที่มีเฟสต่ำที่สุด (minimum-phase system) ชั้นที่สอง: พิจารณาสมการการแปลงพิกัด

$$T(x) = \begin{bmatrix} h(x) \\ L_r h(x) \\ L_r^2 h(x) \\ L_r^3 h(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ -a \sin x_2 - b(x_1 - x_3) \\ -ax_2 \cos x_1 - b(x_2 - x_4) \end{bmatrix}$$

ดังนั้น ระบบไม่เชิงเส้น (6) สามารถแปลงให้เป็นระบบเชิงเส้นในรูป (9) โดยที่

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$\gamma(x) = (bd)^{-1} \text{ และ } \alpha(x) = -(a \cos z_1 + b + c)z_3 + a(z_2^2 - c) \sin z_1$$

วัตถุประสงค์ในการควบคุมการสั่นสะเทือนระบบแขนกลหนึ่งลิ้งค์ที่มีข้อต่อยืดหยุ่น คือ ต้องการให้ปลายแขนกลเคลื่อนที่จากจุดหยุดหนึ่งไปยังอีกจุดหยุดหนึ่ง (rest-to-rest motion) ตามที่กำหนดไว้จากอินพุตอ้างอิง (reference input)  $\mathcal{R}$  โดยไม่มีการสั่นสะเทือนตกค้างเกิดขึ้นในระบบที่เวลาอยู่ตัว ปัญหาดังกล่าวจัดเป็นการควบคุมแบบติดตาม (tracking problem) เริ่มจากกำหนดตัวแปรคลาดเคลื่อน (error state variable)  $e$

$$e = \begin{bmatrix} z_1 - r \\ z_2 - \dot{r} \\ z_3 - \ddot{r} \\ z_4 - \ddot{\ddot{r}} \end{bmatrix} = z - \mathcal{R} \quad \text{โดยที่ } \mathcal{R} = \begin{bmatrix} r \\ \dot{r} \\ \ddot{r} \\ \ddot{\ddot{r}} \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} \dot{e} = Ae + B\gamma(e)[u - \alpha(e)] \\ y = Ce \end{cases} \quad (11)$$

กฎการควบคุม (control law)  $u$  ออกแบบเพื่อไปหักล้างกับเทอมไม่เชิงเส้น  $\alpha$  และ  $\gamma$  ออกจากระบบ นั่นคือ

$$u = \alpha(x) + \gamma^{-1}(x)v \quad (12)$$

โดยที่  $v$  เป็นการควบคุมตัวใหม่ (new control input) ทำให้ระบบปิดอยู่ในรูประบบเชิงเส้น คือ

$$\dot{z} = Az + Bv \quad (13)$$

บทความนี้นำเสนอการใช้ตัวปรับสัญญาณอินพุต เพื่อลดการสั่นสะเทือนของระบบไม่เชิงเส้น ร่วมกับการควบคุมแบบป้อนกลับ หัวข้อถัดไปจะกล่าวถึงการออกแบบกฎการ

ควบคุม  $v$  เพื่อให้เหมาะสมกับการออกแบบตัวปรับสัญญาณอินพุต

### 3.4 การออกแบบตัวปรับสัญญาณอินพุต

โดยทั่วไปวิธีการทำให้เป็นเชิงเส้นโดยการป้อนกลับนั้น สามารถออกแบบกฎการควบคุม  $v$  ได้หลายวิธี เช่น การวางตำแหน่งโพล (pole placement method), การควบคุมแบบแผนเคลื่อน (sliding mode control) เป็นต้น เพื่อให้สมการสเตทค่าความคลาดเคลื่อน (error state equation) ของระบบปิดมีเสถียรภาพเชิงเส้นกำกับ (asymptotically stable) เป็นอย่างน้อย

ตามที่ได้เกริ่นในตอนท้ายของหัวข้อ 3.2 ว่าต้องการใช้ตัวปรับสัญญาณอินพุตเพื่อลดการสั่นสะเทือน ดังนั้นจึงต้องออกแบบกฎการควบคุม  $v$  เพื่อให้ระบบปิดเป็นระบบเชิงเส้นที่มีสมบัติของการสั่นสะเทือน  $\zeta$  และ  $\omega_n$  ซึ่งทราบค่าแน่นอน จึงใช้วิธีการวางตำแหน่งโพล (pole placement method) โดยออกแบบให้  $v = -Ke$  เมื่อค่าอัตราขยาย (gain)  $K$  ของตัวควบคุม ดังนั้นสมการสเตทของความคลาดเคลื่อน (error state equation) ของระบบปิด  $\dot{e} = (A - BK)e$  จึงมีค่าโพลอยู่ด้านซ้ายของระนาบเชิงซ้อน (open-left half plane) หรือ  $A - BK$  เป็นเฮอริวิทซ์ (Hurwitz) และนอกจากนั้นจำเป็นต้องมีโพลอย่างน้อยหนึ่งคู่ที่เป็นค่าเชิงซ้อน (complex conjugate pole) เพื่อให้ตัวปรับสัญญาณอินพุตสามารถเข้าร่วมในการออกแบบได้

เริ่มต้นกำหนดให้โพลทั้ง 4 ตัวของระบบปิดมีค่า  $s_{1,2} = -\sigma_1 \pm j\omega_1$  และ  $s_{3,4} = -\sigma_2 \pm j\omega_2$  โดยที่  $\sigma_i = \zeta_i \omega_i$  เมื่อ  $i = 1, 2$  และเป็นการง่ายที่จะพิสูจน์ว่าค่าอัตราขยาย  $K$  ของตัวควบคุม กำหนดดังนี้

$$K = \begin{bmatrix} \omega_1^2 \omega_2^2 \\ 2\sigma_1(\sigma_2^2 + \omega_2^2) + 2\sigma_2(\sigma_1^2 + \omega_1^2) \\ \sigma_1^2 + \omega_1^2 + \sigma_2^2 + \omega_2^2 \\ 2(\sigma_1 + \sigma_2) \end{bmatrix}^T \quad (14)$$

### 4. ผลการจำลองการควบคุม

กำหนดค่าพารามิเตอร์ที่ใช้ในการจำลองผลทางโปรแกรมคอมพิวเตอร์ ดังนี้  $M = 1$ ,  $k = 100$ ,  $L = 1$ ,  $g = 9.8$  และ  $I = J = 1$  โดยออกแบบ

# DRC-26

ให้ปลายของแขนกล (ตำแหน่ง  $y = \theta_1$ ) เคลื่อนที่ติดตามสัญญาณอ้างอิงแบบสี่เหลี่ยม (square wave) ที่มีแอมพลิจูด 30 องศา และคาบเวลา 5 วินาที รูปที่ 4 แสดงผลการจำลองระบบควบคุมที่นำเสนอเพื่อลดการสั่นสะเทือนในระบบไม่เชิงเส้น เมื่อเส้นประแทนสัญญาณอ้างอิงที่ออกจากรับสัญญาณ (shaped reference) และเส้นเต็มแทนผลตอบสนองของระบบ โดยที่ศึกษาเปรียบเทียบผลของการวางตำแหน่งโพลทั้ง 4 ตัวของระบบปิด (หรือโพลของเมตริกซ์  $A - BK$ ) ที่มีต่อสมรรถนะการควบคุมการสั่นสะเทือนตกค้าง โดยพิจารณาเป็น 3 กรณีดังนี้

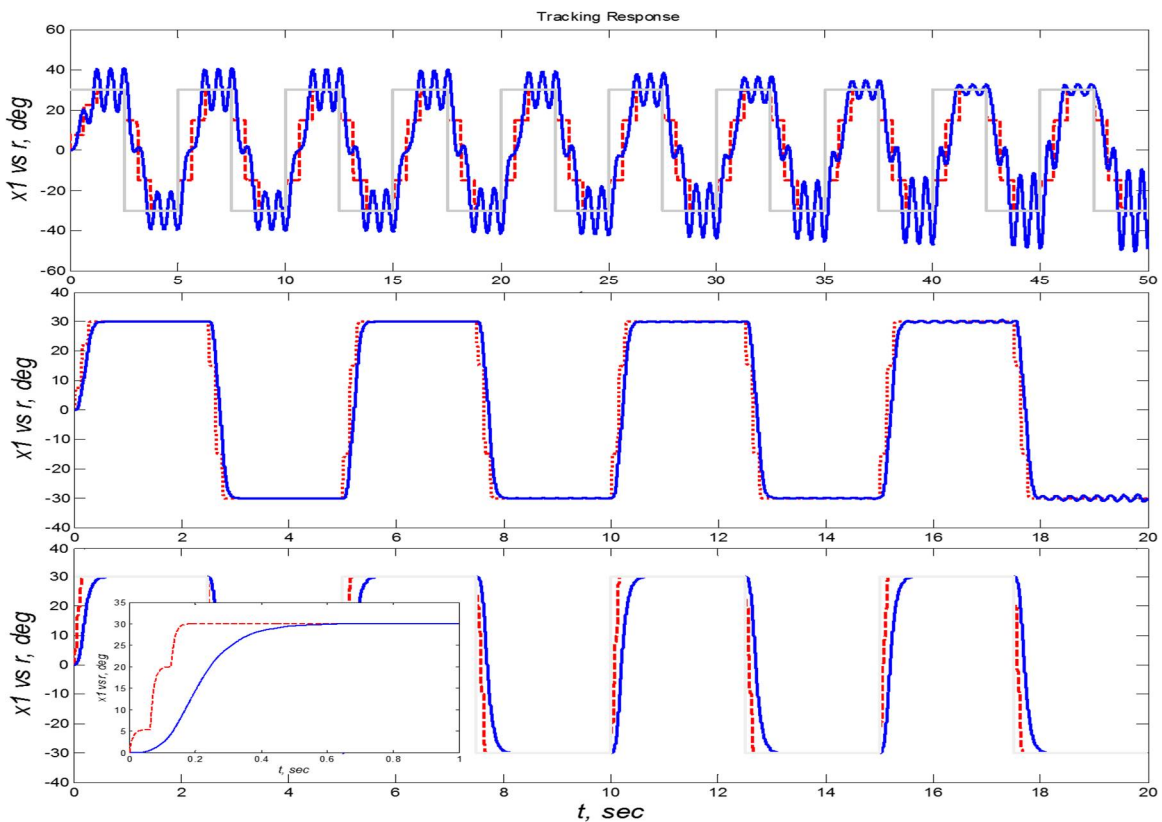
กรณีที่ 1:  $\sigma_1 = \sigma_2 = 0$  และ  $\omega_1 \neq \omega_2 \neq 0$

กล่าวคือ โพลทุกคู่อยู่บนแกน  $j\omega_d$  กรณีนี้ระบบควบคุมวงปิดมีเสถียรภาพแบบ marginal stable เมื่อพิจารณาจากรูปที่ 4 (บน) พบว่าตัวปรับสัญญาณอินพุตไม่สามารถลดการสั่นสะเทือนของระบบควบคุมวงปิดได้ ยิ่งไปกว่านั้นระบบรวม (ตัวปรับสัญญาณอินพุต + ระบบควบคุมวงปิด)

(unstable) อีกด้วย

กรณีที่ 2:  $\sigma_1 > 0, \sigma_2 = 0$  และ  $\omega_1 = 0$  แต่  $\omega_2 \neq 0$  กล่าวคือ โพลหนึ่งคู่อยู่บนแกน  $j\omega_d$  (marginal stable pole) อีกหนึ่งคู่เป็นค่าจริง (stable pole) เมื่อพิจารณาจากรูปที่ 4 (กลาง) พบว่าแม้ระบบควบคุมวงปิดจะมีโพลที่เสถียรอยู่หนึ่งคู่ แต่เมื่อนำมาใช้ร่วมกับตัวปรับสัญญาณอินพุต ก็ยังให้ผลตอบสนองรวมของระบบไม่เสถียร (unstable) เช่นเดียวกัน

กรณีที่ 3:  $\sigma_1 = \sigma_2 > 0$  และ  $\omega_1 = 0$  แต่  $\omega_2 \neq 0$  กล่าวคือ โพลหนึ่งคู่อยู่บนระนาบเปิดด้านซ้าย (ไม่อยู่บนแกน  $j\omega_d$ ) อีกคู่อยู่บนแกนจริง กรณีนี้ทุกตัวเป็นโพลที่มีเสถียร (stable pole) และเป็นการสั่นแบบหน่วงต่ำ การออกแบบสมมติให้  $\zeta_1 = 0.775, \omega_n = \omega_2 = 10$  และ  $\omega_1 = 0$  จะได้ว่า  $K = \exp\{-\zeta_2\pi / \sqrt{1-\zeta_2^2}\}$  และ  $\omega_d = \omega_2\sqrt{1-\zeta_2^2}$  ผลการควบคุมแสดงดังรูปที่ 4 (ล่าง) พบว่าระบบรวมให้ผลตอบสนองที่มีเสถียรภาพเชิงเส้นกำกับ นั่นคือการ



ยังให้ผลตอบสนองที่ไม่เสถียร

รูปที่ 4 แสดงผลการจำลองการตอบสนองต่อการควบคุมแบบติดตามสัญญาณอ้างอิงรูปสี่เหลี่ยมของปลายแขนกลหนึ่งลิงค์ที่มีข้อต่อยืดหยุ่น กรณีที่ 1 (บน) กรณีที่ 2 (กลาง) และกรณีที่ 3 (ล่าง)

สั่นสะเทือนตกค้างของแขนกลมีค่าเป็นศูนย์

## DRC-26

### 5. สรุปผลและวิเคราะห์วิจารณ์

ตัวปรับสัญญาณอินพุตเป็นเทคนิคการควบคุมแบบป้อนไปข้างหน้าสำหรับลดการสั่นสะเทือนในระบบเชิงเส้นทั่วไป บทความนี้นำเสนอการออกแบบระบบควบคุมการสั่นสะเทือนด้วยการใช้ตัวปรับสัญญาณอินพุต (input shaper) ร่วมกับการควบคุมแบบไม่เชิงเส้น (nonlinear control) โครงสร้างใหม่ที่น่าสนใจคือ การรวมเทคนิคการปรับสัญญาณอินพุตกับระบบควบคุมแบบไม่เชิงเส้นไว้ในโครงสร้างของระบบควบคุม วิธีการทำให้เป็นเชิงเส้นโดยการป้อนกลับ (feedback linearization) ทำให้ระบบไม่เชิงเส้นเปลี่ยนเป็นระบบเชิงเส้น ซึ่งสามารถออกแบบตัวปรับสัญญาณอินพุตเพื่อลดการสั่นสะเทือนตกค้างได้

ผลการควบคุมแสดงด้วยการจำลองทางคอมพิวเตอร์ เพื่อควบคุมการเคลื่อนที่แบบติดตามสัญญาณอ้างอิง (tracking problem) โดยเป็นการเคลื่อนที่จากจุดหยุดนิ่งจุดหนึ่งไปยังอีกจุดหยุดนิ่งจุดหนึ่ง (rest-to-rest motion) ระบบไม่เชิงเส้นที่ใช้เป็นตัวอย่างในบทความคือ ระบบแขนกลหนึ่งลิงค์ที่มีข้อต่อยืดหยุ่น ในส่วนของวิธีการทำให้เป็นเชิงเส้นโดยการป้อนกลับ ใช้การวางตำแหน่งโพล (pole placement method) เพื่อให้ระบบควบคุมแบบป้อนกลับมีเสถียรภาพเชิงเส้นกำกับที่มีสมบัติการสั่นสะเทือนด้วยความถี่ธรรมชาติ  $\omega_n$  และอัตราส่วนการหน่วง  $\zeta$  สำหรับตัวปรับสัญญาณอินพุตซึ่งเป็นส่วนป้อนไปข้างหน้าของระบบ ทำหน้าที่จัดการกับการสั่นสะเทือนที่เกิดขึ้น ในบทความนี้ใช้แบบ ZVD ซึ่งมี 3 อิมพัลส์คำนวณจากพารามิเตอร์  $\omega_n$  และ  $\zeta$  ของระบบปิด ผลการจำลองทางคอมพิวเตอร์แสดงให้เห็นว่า การวางตำแหน่งโพลของระบบควบคุมแบบป้อนกลับ ส่งผลโดยตรงต่อสมบัติเสถียรภาพระบบรวม (ระบบควบคุมวงปิด+ตัวปรับสัญญาณอินพุต) กล่าวคือ โพลของระบบควบคุมแบบวงปิดต้องมีเสถียรภาพเชิงเส้นกำกับเท่านั้น เป็นผลให้ตัวปรับสัญญาณอินพุตสามารถจัดการกับการสั่นสะเทือนตกค้างของระบบได้ นอกจากนั้นระบบจะไม่เสถียร

แนวคิดเรื่องการรวมเทคนิคการปรับสัญญาณอินพุตกับการควบคุมแบบป้อนกลับ ยังสามารถขยายต่อไปได้อีก โดยอาศัยหลักการเปลี่ยนระบบไม่เชิงเส้นให้เป็นระบบเชิงเส้น เพื่อให้สามารถใช้กับตัวปรับสัญญาณอินพุตทั่วไปได้ อาทิ การควบคุมอ้างอิงแบบจำลอง (model reference control) โดยระบบที่ต้องการควบคุมเป็นระบบไม่เชิงเส้น

ส่วนแบบจำลองอ้างอิงใช้เป็นแบบจำลองเชิงเส้น (linear reference model) [8], [9] เป็นต้น

### 6. เอกสารอ้างอิง

[1] Åström, K.J. and Murray, R.M. (2008). *Feedback Systems: An Introduction for Scientists and Engineers*, Princeton University Press, New Jersey.

[2] Beazel V.M. and Meckl, P.H. (2005). *Command Shaping Applied to Nonlinear Systems with Configuration-Dependent Resonance*, *American Control Conference* June 8-10. Portland, OR, USA.

[3] Danielson, J., Lawrence, J., and Singhose, W. (2008), *Command Shaping for Flexible Systems Subject to Constant Acceleration Limits*, *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 130.

[4] Singer, N.C. and Seering, W.C. (1990). *Preshaping command inputs to reduce system vibration*, *ASME J. Of Dynamics System, Measurement and Control*, vol. 112(1), pp. 76 – 82.

[5] Smith, O.J.M. (1957). *Posicast control of damped oscillatory systems*, *Proc. IRE*, vol. 45, pp. 1249 – 1255.

[6] Khalil, H.K. (2002). *Nonlinear System*, 3rd edition, Prentice Hall, USA.

[7] Pai, M.C. (2012). *Robust input shaping control for multi-mode flexible structures using neuro-sliding mode output feedback control*, *J. of the Franklin Institute*, vol. 349, pp. 1283 – 1303.

[8] Pereira, E., Trapero, J.R., Diaz, I.M. and Feliu, V. (2012). *Adaptive input shaping for single-link flexible manipulators using an algebraic identification*, *Control Engineering Practice*, vol. 20, pp. 138 – 147.

[9] Yu, L. and Chang, T.N. (2008). *Variable model reference high precision control of dual*



## **DRC-26**

solenoid actuator, *Proc. of the 34<sup>th</sup> IEEE Industrial Electronics Society*, pp. 2609 – 2614.