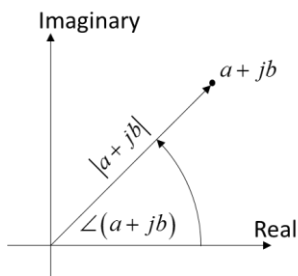


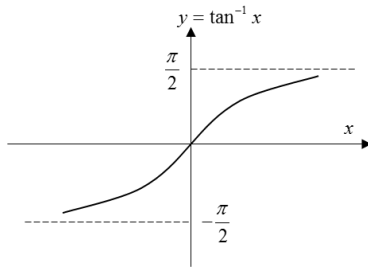
พื้นฐานเลขคณิต

1) จำนวนเชิงซ้อน



$$|a + jb| = \sqrt{a^2 + b^2}, \quad \angle(a + jb) = \tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right),$$

$$a + jb = |a + jb|e^{j\angle(a + jb)}$$

2) กราฟของ $\tan^{-1} x$ 

3) Logarithm

$$\log(AB) = \log(A) + \log(B)$$

$$\log\left(\frac{A}{B}\right) = \log(A) - \log(B)$$

Frequency response

Steady-state response ของระบบเมื่อได้รับ sine input

$$\text{Amplitude ratio: } \frac{Y}{X} = |G(j\omega)|$$

$$\text{Phase shift: } \phi = \angle G(j\omega)$$

ตัวอย่าง:

$$G(s) = \frac{(s + z_1)(s + z_2)}{(s + p_1)(s + p_2)}$$

$$G(j\omega) = \frac{(j\omega + z_1)(j\omega + z_2)}{(j\omega + p_1)(j\omega + p_2)}$$

$$|G(j\omega)| = \frac{|j\omega + z_1||j\omega + z_2|}{|j\omega + p_1||j\omega + p_2|} = \frac{\sqrt{\omega^2 + z_1^2}\sqrt{\omega^2 + z_2^2}}{\sqrt{\omega^2 + p_1^2}\sqrt{\omega^2 + p_2^2}}$$

$$\begin{aligned} \angle G(j\omega) &= \angle(j\omega + z_1) + \angle(j\omega + z_2) \\ &\quad - \angle(j\omega + p_1) - \angle(j\omega + p_2) \\ &= \tan^{-1}\left(\frac{\omega}{z_1}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{\omega}{z_2}\right) \\ &\quad - \tan^{-1}\left(\frac{\omega}{p_1}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{\omega}{p_2}\right) \end{aligned}$$

Polar plotPlot ของจำนวนเชิงซ้อน $G(j\omega)$ เมื่อ $-\infty < \omega < \infty$

วิธีวาด polar plot

โดยการหา $|G(j\omega)|$ และ $\angle G(j\omega)$

(ดูตัวอย่างที่ 8.1, 8.2)

Bode plot

มี 2 รูปคือ

1) Bode magnitude plot

Plot ระหว่าง ω (rad/s) และ $20 \log_{10} |G(j\omega)|$ (dB)

2) Bode phase plot

Plot ระหว่าง ω (rad/s) และ $\angle G(j\omega)$ (deg)

วิธีวาด Bode plot

1) หา break-point frequencies (คือค่าของ a ในขั้นต่อไป)และแบ่งช่วงความถี่ ω

2) สำหรับแต่ละช่วงความถี่ ประมาณดังนี้

2.1) Real pole/zero, $(s + a)$ when $\omega < a$, $j\omega + a \approx a$.when $\omega > a$, $j\omega + a \approx j\omega$.2.2) Complex pole/zero, $(s^2 + 2\zeta as + a^2)$ when $\omega < a$, $(j\omega)^2 + 2\zeta a(j\omega) + a^2 \approx a^2$.when $\omega > a$, $(j\omega)^2 + 2\zeta a(j\omega) + a^2 \approx (j\omega)^2 = -\omega^2$.

3) Slope ของ Bode magnitude plot คือ

$$20 \times N \left(\frac{\text{dB}}{\text{decade}} \right) \quad \text{หรือ} \quad 6 \times N \left(\frac{\text{dB}}{\text{octave}} \right)$$

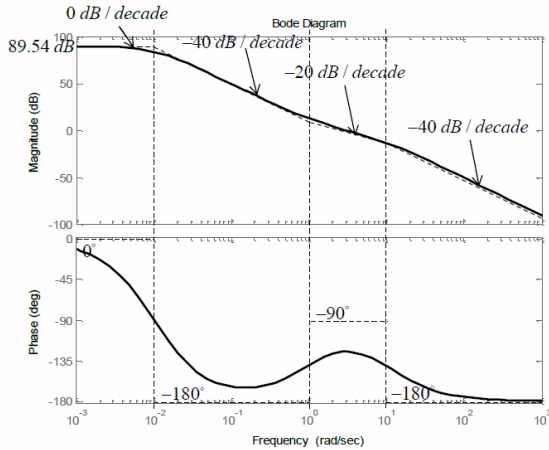
เฟสของ Bode phase plot คือ

$$\angle G(j\omega) = 90^\circ \times N$$

เมื่อ N คือกำลังของ s

ตัวอย่าง: จงวาด Bode plot ของ

$$G(s) = \frac{30(s+1)}{(s+0.01)^2(s+10)}$$



(ดูตัวอย่างที่ 8.5)

Log-magnitude-versus-phase plot

Plot ระหว่าง $\angle G(j\omega)$ (deg) กับ

$$20 \log_{10} |G(j\omega)| \text{ (dB) เมื่อ } 0 < \omega < \infty$$

Transient versus frequency responses

1) Resonant peak value, M_{pw}

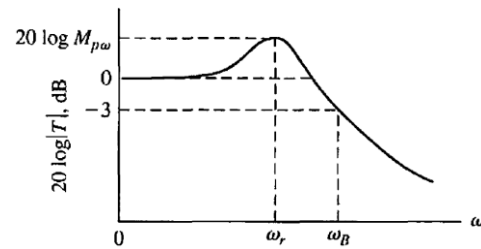
$$M_{pw} \approx 1 / (2\zeta \sqrt{1-\zeta^2}), \zeta \leq 0.7$$

2) Resonant frequency, ω_r

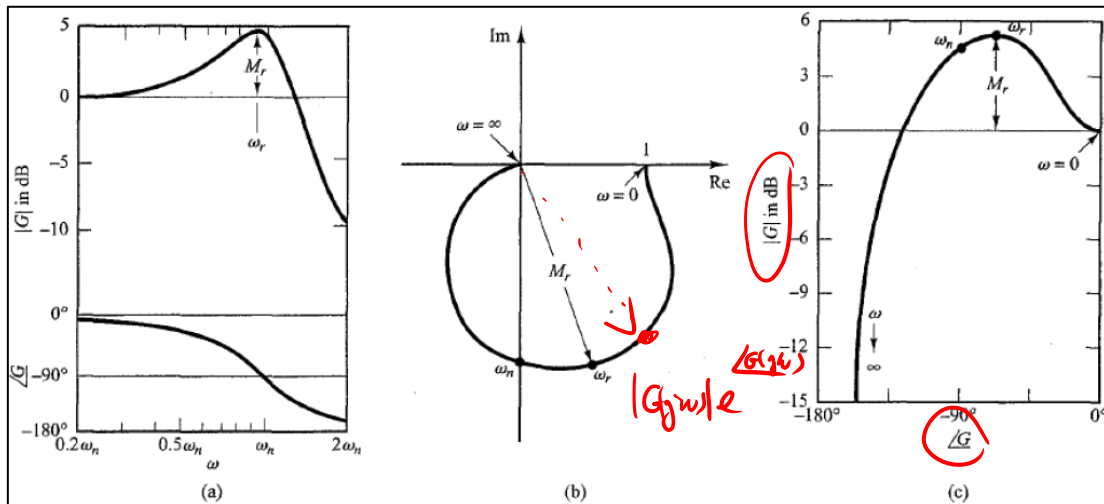
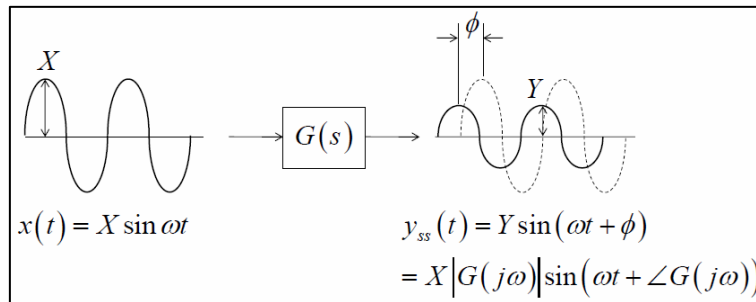
$$\omega_r \approx \omega_n \sqrt{1-2\zeta^2}, \zeta \leq 0.7$$

3) Bandwidth, ω_B

$$\omega_B \approx \omega_n (-1.1961\zeta + 1.8508), 0.3 \leq \zeta \leq 0.8$$



MAGNITUDE
BODE PLOT
VS CLOSE-LOOP
TF (T)
 $T = \frac{L}{1+L}$



BODE

POLAR PLOT

LOG MAGNITUDE
VERSUS PHASE
PLOT